Probă scrisă la MATEMATICĂ
Sesiunea iunie-iulie 2006

M3:Proba d. Filiera Vocațională: profil Pedagogic, specializările învățător-educatoare

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore. **Varianta 2**

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $x^2+7x-8=0$.

(4p) **b)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația $x^2+7x-8<0$.

(4p) **c)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale şi strict pozitive ecuația $\log_3 x=3$.

(4p) **d)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $5^x=125$.

(2p) **e)** Dacă $\frac{1}{11}=0,a_1a_2...a_n...$, să se calculeze a_{2006}.

(2p) **f)** Să se determine cel mai mare număr real a pentru care funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x^2-6x+1$ este strict descrescătoare pe intervalul $(-\infty,a]$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se determine toate numerele $n\in\mathbf{N}^*$, care verifică relația $n!\geq 100$.

(3p) **b)** Să se scrie toate elementele din mulțimea $\{10,11,12,...,35\}$ care se divid cu 5.

(3p) **c)** Dacă $A=\{1,2,3,4\}, B=\{3,4,5,6\}, C=\{6,7,8\}$ să se calculeze mulțimea $A\cup(B\cap C)$.

(3p) **d)** Să se calculeze produsul primelor 10 zecimale ale numărului $\sqrt{170}$.

(3p) **e)** Să se scrie toate elementele din şirul $C_4^0, C_4^1, C_4^2, C_4^3, C_4^4$ care se divid cu 3 .

2. Se consideră triunghiurile asemenea ABC şi DEF astfel încât $\frac{AB}{DE}=\frac{AC}{DF}=\frac{BC}{EF}=\sqrt{3}$.

(3p) **a)** Să se calculeze raportul dintre perimetrul triunghiului *ABC* şi perimetrul triunghiului *DEF* .

(3p) **b)** Să se calculeze aria triunghiului *DEF*, ştiind că aria triunghiului *ABC* este egală cu 10.

(3p) **c)** Dacă înălțimea din *A* a triunghiului *ABC* are lungimea 7, să se calculeze lungimea înălțimii din *D* a triunghiului *DEF* .

(3p) **d)** Dacă măsura unghiului *A* al triunghiului *ABC* este 50°, să se calculeze măsura unghiului *D* al triunghiului *DEF* .

(3p) **e)** Dacă lungimea laturii *AC* este 10 , să se calculeze lungimea laturii *DF* .

SUBIECTUL III (20p)

Într-un plan se consideră un triunghi ABC şi L un punct pe segmentul (BC). Înălțimea din vârful A al triunghiului ABC cade în $K \in (BL)$. Se mai consideră patrulaterul convex $MNPQ$, iar R şi S sunt mijloacele diagonalelor MP şi NQ.

(4p) **a)** Să se arate că $AL^2 = AK^2 + KL^2$.

(2p) **b)** Să se arate că $AL^2 = AB^2 + BL^2 - 2BK \cdot BL$.

(2p) **c)** Să se arate că $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2BK \cdot BC$.

(2p) **d)** Utilizând relațiile de la punctele **b)** şi **c)**, să se arate că
$AL^2 \cdot BC = AB^2 \cdot LC + AC^2 \cdot LB - BL \cdot CL \cdot BC$.

(4p) **e)** Să se arate că, dacă D este mijlocul laturii BC, atunci
$4AD^2 = 2(AB^2 + AC^2) - BC^2$

(4p) **f)** Să se arate că $4SR^2 = 2MS^2 + 2SP^2 - MP^2$.

(2p) **g)** Utilizând relația de la punctul **e)** în triunghiurile MNQ şi PNQ şi relația de la punctul **f)** , să se arate că: $4SR^2 = MN^2 + NP^2 + PQ^2 + QM^2 - (MP^2 + QN^2)$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră mulțimea $A = \{3^i, 2 \cdot 3^i \mid i \in \mathbf{N}\}$. Pentru fiecare submulțime finită şi nevidă a mulțimii A , considerăm suma tuturor elementelor sale, iar rezultatele acestor sume vor forma o mulțime pe care o notăm cu B.(De exemplu $1 \in B$, deoarece $\{1\} \subset A$, iar $7 \in B$, deoarece $\{1, 6\} \subset A$)

(4p) **a)** Să se verifice că $1 \in A$, $2 \in A$, $3 \in A$ şi $6 \in A$.

(4p) **b)** Să se verifice că $4 \notin A$ şi $7 \notin A$.

(4p) **c)** Să se arate că $4 \in B$ şi $5 \in B$.

(2p) **d)** Să se arate că, dacă $n \in B$, atunci $3n \in B$.

(2p) **e)** Să se calculeze numărul de elemente din mulțimea $A \cap \{1,2,3,...,20\}$.

(2p) **f)** Să se arate că , dacă $n \in \mathbf{N}^*$, atunci există $p \in \mathbf{N}$, astfel încât $3^p \le n < 3^{p+1}$.

(2p) **g)** Să se arate că $n \in B$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.