Probă scrisă la MATEMATICĂ
Sesiunea august-septembrie 2006
M3:Proba d. Filiera Vocațională: profil Pedagogic, specializările învățător-educatoare
NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore. Varianta 5

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $x^2 + 16x - 17 = 0$.

(4p) **b)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația $x^2 + 16x - 17 < 0$.

(4p) **c)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale şi strict pozitive ecuația $log_7 x = 2$.

(4p) **d)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $32^x = 16$.

(2p) **e)** Dacă $\frac{1}{37} = 0,a_1a_2...a_n...$, să se calculeze a_{2006}.

(2p) **f)** Să se determine cel mai mare număr real a , pentru care funcția $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = -x^2 - 4x + 1$ este strict crescătoare pe intervalul $(-\infty, a]$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se determine toate numerele $n \in \mathbf{N}^*$, care verifică relația $n^3 \leq 1000$.

(3p) **b)** Să se scrie toate elementele din mulțimea $\{10, 11, 12, ..., 95\}$ care se divid cu 13 .

(3p) **c)** Dacă $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{c, d, e, f\}$, să se calculeze mulțimea $A \cup B$.

(3p) **d)** Să se calculeze produsul primelor 4 zecimale ale numărului $\sqrt{290}$.

(3p) **e)** Să se scrie toate elementele din şirul $C_4^0, C_4^1, C_4^2, C_4^3, C_4^4$ care sunt numere impare .

2.

(3p) **a)** Să se calculeze perimetrul unui triunghi echilateral cu aria de $2\sqrt{3}$.

(3p) **b)** Să se calculeze aria unui triunghi echilateral cu latura de $\sqrt{10}$.

(3p) **c)** Să se calculeze înălțimea unui triunghi echilateral cu latura de 7.

(3p) **d)** Să se calculeze perimetrul unui triunghi dreptunghic isoscel cu aria de 1 .

(3p) **e)** Să se calculeze aria unui pătrat cu perimetrul de 16 .

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră triunghiul ABC şi punctele $D \in (BC), E \in (AC)$ şi $F \in (AB)$. Notăm $\{M\} = (BE) \cap (AD)$, $\{N\} = (BE) \cap (CF)$ şi $\{P\} = (CF) \cap (AD)$ .Punctul P este pe segmentul (AM), iar punctul M este pe segmentul (BN). Dacă XYZ este un triunghi, notăm cu S_{XYZ} aria sa .

(4p) **a)** Să se arate că $S_{ABC} = S_{ABM} + S_{BCN} + S_{CAP} + S_{MNP}$.

(4p) **b)** Să se arate că, dacă $S_{ABC} = S_{ABD} + S_{BCE} + S_{CAF}$, atunci $S_{MNP} = S_{FAP} + S_{BDM} + S_{CEN}$.

(4p) **c)** Să se arate că, dacă $S_{MNP} = S_{FAP} + S_{BDM} + S_{CEN}$, atunci $S_{ABC} = S_{ABD} + S_{BCE} + S_{CAF}$.

(2p) **d)** Să se arate că $\dfrac{S_{BAD}}{S_{ABC}} = \dfrac{BD}{BC}$.

(2p) **e)** Să se arate că, dacă $S_{MNP} = S_{FAP} + S_{BDM} + S_{CEN}$, atunci $\dfrac{BD}{BC} + \dfrac{CE}{AC} + \dfrac{AF}{AB} = 1$.

(2p) **f)** Să se arate că, dacă $\dfrac{BD}{BC} + \dfrac{CE}{AC} + \dfrac{AF}{AB} = 1$, atunci $S_{MNP} = S_{FAP} + S_{BDM} + S_{CEN}$.

(2p) **g)** Să se arate că, dacă triunghiul ABC este echilateral şi $S_{MNP} = S_{FAP} + S_{BDM} + S_{CEN}$, atunci $BD + CE = BF$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră mulțimea $A = \{\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, ..., \sqrt{10}\}$.

(4p) **a)** Să se calculeze numărul de elemente din mulțimea $A \cap \{1,2,3,...,10\}$.

(4p) **b)** Să se calculeze numărul de elemente din mulțimea $\{(a,b) \mid a \in A, b \in A\}$.

(4p) **c)** Să se determine cea mai mare valoare a raportului $\dfrac{a}{b}$, unde $a,b \in A$.

(2p) **d)** Să se determine cea mai mare valoare a produsului $a \cdot b$, unde $a,b \in A$.

(2p) **e)** Să se determine câte elemente de forma $\dfrac{a}{b}$, unde $a,b \in A$ sunt numere raționale.

(2p) **f)** Să se arate că produsul tuturor elementelor mulțimii A este un număr irațional.

(2p) **g)** Să se determine numărul de submulțimi ale mulțimii A care au numai elemente naturale .