

**Probă scrisă la MATEMATICĂ**  
**Sesiunea august-septembrie 2006**

M3:Proba f. Filiera Teoretică,sp.Filologie; Filiera Vocațională:profil Artistic, sp.:Arte plastice și decorative, Coregrafie, Muzică și Teatru;profil Pedagogic, toate specializările cu excepția învățător-educatoare;profil Educație fizică și sport ;profil Militar, sp. Muzici militare; profil Teologic, toate specializările

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore. **Varianta 3**

**La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete**

**SUBIECTUL I ( 20p )**

- (4p) a) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația  $3x^2 + 10x - 13 = 0$ .
- (4p) b) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația  $3x^2 + 10x - 13 < 0$ .
- (4p) c) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația  $6^x - 36 = 0$ .
- (4p) d) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale, strict pozitive, ecuația  $\log_4 x = -3$ .
- (2p) e) Să se calculeze suma  $S = C_5^0 - C_5^1 + C_5^2 - C_5^3 + C_5^4$ .
- (2p) f) Să se compare numerele  $1,75$  și  $\sqrt{3}$

**SUBIECTUL II ( 30p )**

**1.**

- (3p) a) Să se scrie un număr rațional cuprins între numerele  $\sqrt{5}$  și  $\sqrt{7}$ .
- (3p) b) Să se scrie toate elementele din mulțimea  $\{1, 12, \dots, 25\}$  care **nu** se divid cu 2.
- (3p) c) Să se calculeze câte funcții  $f : \{1, 2, 3\} \rightarrow \{1, 2\}$ , verifică relația  $f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) = 4$ .
- (3p) d) Să se determine toate numerele naturale  $n$  care verifică relația  $2^n \leq 60$ .
- (3p) e) Să se scrie toate numerele de 3 cifre care se pot forma utilizând numai cifre din mulțimea  $\{1, 3\}$ .

**2.** Se consideră triunghiul dreptunghic  $ABC$  cu catetele  $AB = 30$  și  $AC = 16$ .  
Piciorul perpendicularei din  $A$  pe latura  $BC$  se notează cu  $D$ .

- (3p) a) Să se calculeze perimetrul triunghiului  $ABC$ .
- (3p) b) Să se calculeze lungimea înălțimii  $AD$  a triunghiului  $ABC$ .
- (3p) c) Să se calculeze aria triunghiului  $ABC$ .
- (3p) d) Să se calculeze lungimea medianei din  $A$  a triunghiului  $ABC$ .
- (3p) e) Să se calculeze lungimea segmentului  $BD$ .

**SUBIECTUL III ( 20p )**

Se consideră mulțimea  $T$  a triunghiurilor din plan care au perimetrul egal cu 3.

- (4p) a) Să se arate că mulțimea  $T$  conține un triunghi echilateral pe care îl notăm  $E$ .
- (4p) b) Să se calculeze aria triunghiului  $E$ .
- (4p) c) Să se arate că mulțimea  $T$  conține un triunghi dreptunghic cu o catetă egală cu 1 pe care îl notăm  $U$ .
- (2p) d) Să se calculeze aria triunghiului  $U$ .
- (2p) e) Să se arate că mulțimea  $T$  conține un triunghi dreptunghic isoscel pe care îl notăm  $I$ .
- (2p) f) Să se calculeze aria triunghiului  $I$ .
- (2p) g) Să se ordoneze crescător numerele care reprezintă aria triunghiului  $E$ , aria triunghiului  $U$  și aria triunghiului  $I$ .

**SUBIECTUL IV ( 20p )**

Se consideră mulțimea  $A = \left\{ \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N}^* \right\}$ . Pentru fiecare submulțime finită și nevidă a mulțimii  $A$ , considerăm suma tuturor elementelor sale, iar rezultatele acestor sume vor forma o mulțime pe care o notăm cu  $B$ . (De exemplu  $1 \in B$ , deoarece  $\{1\} \subset A$ , iar  $\frac{3}{2} \in B$ , deoarece  $\left\{1, \frac{1}{2}\right\} \subset A$ )

- (4p) a) Să se verifice că  $1 \in A$ ,  $\frac{1}{2} \in A$ ,  $\frac{1}{3} \in A$  și  $\frac{1}{4} \in A$ .
- (4p) b) Să se verifice că  $2 \notin A$  și  $\frac{3}{2} \notin A$ .
- (4p) c) Să se verifice că  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1$ .
- (2p) d) Să se arate că  $\frac{1}{2} \in B$  și  $2 \in B$ .
- (2p) e) Să se arate că  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2^7} > 1 + \frac{7}{2}$ .
- (2p) f) Să se arate că există  $a \in B$ , astfel încât  $a > 2006$ .
- (2p) g) Să se arate că există o submulțime a mulțimii  $A$ , care are 2006 elemente, astfel încât suma elementelor sale să fie egală cu 1.